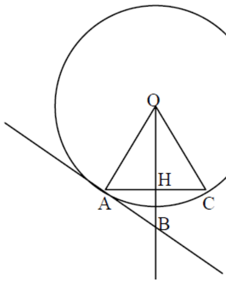
PROBLEMA 1: In una circonferenza di raggio unitario è inscritto un poligono regolare di n lati; indicata con $l_n$ la misura del suo lato, si vuole determinare la misura $L_n$ del lato del poligono regolare circoscritto avente lo stesso numero di lati.

**Dati:** $\overline{OA} = \overline{OC} = 1$ ; $\overline{AC} = l_n$ **Obiettivo:** ? $L_n$

***Osservazione preliminare***:
Tracciamo OH perpendicolare ad AC e la retta tangente in A alla circonferenza; B è il punto di intersezione della retta OH con la tangente. Il segmento AB è la metà del lato del poligono regolare circoscritto avente lo stesso numero di lati del poligono assegnato: $L_n = 2 \cdot \overline{AB}$ .




*Procedura risolutiva:*

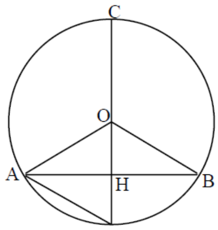
- Per determinare $\overline{AB}$ consideriamo il triangolo rettangolo OAB: per il Teorema di Pitagora si ha: $\overline{AB}^2 = \overline{OB}^2 - \overline{OA}^2$ ($\overline{OA}$ è noto)
- Per determinare $\overline{OB}$ consideriamo il triangolo rettangolo OAB: per il primo teorema di Euclide si ha: $\overline{OA}^2 = \overline{OB} \cdot \overline{OH}$ da cui $\overline{OB} = \dfrac{\overline{OA}^2}{\overline{OH}}$ ($\overline{OA}$ è noto)
- Per determinare $\overline{OH}$ consideriamo il triangolo rettangolo OHA: per il teorema di Pitagora si ha: $\overline{OH}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{AH}^2$ ($\overline{OA}$ è noto e $\overline{AH} = \dfrac{\overline{AC}}{2}$ con $\overline{AC}$ noto)

Sostituendo i dati e risalendo la procedura si ottiene: $L_n = \dfrac{2l_n}{\sqrt{4 - l_n^2}}$

PROBLEMA 2: In una circonferenza di raggio unitario è inscritto un poligono regolare di n lati; indicata con $l_n$ la misura del lato, si vuole determinare in funzione di $l_n$ la misura del lato del poligono regolare inscritto avente 2n lati.

**Dati:** $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$ ; $\overline{AB} = l_n$ **Obiettivo:** ? $l_{2n}$

*Osservazione preliminare*:
Indichiamo con AB il lato del poligono regolare inscritto di n lati e tracciamo il diametro CD perpendicolare alla corda AB ($\overline{OD} = \overline{OC} = 1$): la corda AD è il lato del poligono regolare inscritto avente 2n lati: $l_{2n} = \overline{AD}$.




*Procedura risolutiva:*

- Per determinare $\overline{AD}$ consideriamo il triangolo rettangolo AHD: per il teorema di Pitagora si ha:
$$\overline{AD}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HD}^2 \text{ (con } \overline{AH} = \frac{\overline{AB}}{2} \text{ e } \overline{AB} \text{ noto) ; } \overline{HD} = \overline{OD} - \overline{OH} \text{ (} \overline{OD} \text{ è noto)}$$

- Per determinare $\overline{OH}$ consideriamo il triangolo rettangolo OHA: per il teorema di Pitagora si ha:
$$\overline{OH}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{AH}^2 \text{ (con } \overline{AH} = \frac{\overline{AB}}{2} \text{ e } \overline{OA} \text{ noto)}$$

Sostituendo i dati e risalendo la procedura si ottiene: $l_{2n} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - l_n^2}}$ che trasformata con la formula dei radicali doppi diventa: $\mathbf{l_{2n} = \sqrt{\frac{2 + l_n}{2}} - \sqrt{\frac{2 - l_n}{2}}}$

**Esercitazione assegnata come compito a casa:**

**PROBLEMA 3: Dato un poligono regolare di n lati inscritto in una circonferenza di raggio unitario, indicato con $l_n$ il suo lato, determinarne perimetro e area.**
**PROBLEMA 4: Determinare in funzione del lato $l_n$ del poligono regolare inscritto di n lati, perimetro e area del poligono regolare circoscritto, avente lo stesso numero di lati.**